ОТЗЫВ

научного руководителя на диссертацию
Дуплищевой Анастасии Юрьевны
«Спектральный анализ разностных операторов»,
представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности
01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

При изучении разностных и дифференциальных уравнений высокого порядка в обычных учебных курсах по дифференциальным и разностным уравнениям исследуемые уравнения стандартным образом сводятся к разностным и дифференциальным уравнениям первого порядка. Рассматриваемые уравнения (как исходное, так и получившееся) в диссертации записываются в операторной форме. Таким образом, возникают описывающие эти уравнения операторы. Возникает вопрос о совпадении таких свойств как: размерность ядер, размерность кообразов, одновременная обратимость, одновременная фредгольмовость, совпадение индексов, дополняемость ядер и образов, описание проекторов на ядра и образы.

В диссертации вводится понятие состояний обратимости линейного замкнутого оператора, выражающееся в описании ядер и образов. Таких свойств двенадцать. Основные результаты диссертации связаны с описанием состояний обратимости разностных операторов второго порядка, с чем и связано название диссертации. Только в главе 3 рассматриваются дифференциальные операторы второго порядка.

Важно отметить, что рассматривается абстрактная схема, когда разностный оператор второго порядка заменяется абстрактным оператором «второго порядка», частным случаем которого является изучаемый оператор.

В диссертации строятся изоморфизмы ядер соответствующих операторов (лемма 2.4.1). В теореме 2.4.2 устанавливается соответствие между множеством непрерывных проекторов на ядра рассматриваемых операторов. В теореме 2.4.3 при обратимости исследуемого оператора получена формула для обратного к вспомогательному оператора. Одним из основных результатов главы 2 является теорема 2.5.1, в которой получено совпадение состояний обратимости разностных операторов (исследуемого и вспомогательного). Полученные результаты позволяют использовать результаты статьи Баскакова А. Г. “Исследование линейных дифференциальных уравнений методами спектральной теории разностных операторов и линейных отношений” // УМН. - 2013. - Т. 68. - № 1. - с. 77-128. В теореме 2.5.5 для разностного оператора второго порядка с постоянными операторными коэффициентами получена формула для обратного оператора в виде свертки суммируемой операторнозначной функции. Операторные функции представляются, как обратные преобразования Фурье к обратной характеристической функции рассматриваемого оператора. В теореме 2.5.8 рассматривается разностный оператор второго порядка, операторные коэффициенты которого имеют пределы на бесконечности. Доказана

обратимость оператора при условии, что спектральные радиусы операторных пучков меньше единицы. В теореме 2.5.12 получено асимптотическое представление решения однородного разностного уравнения второго порядка, рассматриваемого на множестве неотрицательных чисел, при условии ограниченности всех решений этого уравнения.

В третьей главе изучаются дифференциальные уравнения второго порядка с ограниченными операторными коэффициентами, определенными на всей вещественной оси. Данное уравнение рассматривается в лебеговых пространствах. Как и для разностного уравнения, данному дифференциальному уравнению ставится в соответствие дифференциальное уравнение первого порядка. Как и для разностных уравнений, устанавливается ряд совпадающих свойств возникающих при этом операторов. Основным результатом главы 3 является теорема 3.2.1, в которой доказана одновременная обратимость соответствующих операторов.

В четвертой главе рассматриваются разностные уравнения с постоянным операторным коэффициентом, причем рассмотрение ведется в конечномерном линейном нормированном пространстве. Основным результатом данной главы является теорема 4.1.1 о качественной структуре ограниченного равномерно непрерывного решения данного уравнения. Такое решение является линейной комбинацией произведений медленно меняющихся на бесконечности функций и ограниченных экспонент. Показатели экспонент строятся по спектру операторного коэффициента, лежащего на единичной окружности. Используя терминологию, которая возникла относительно недавно, такое решение является почти периодической функцией. В теореме 4.4.1 при условии полупростоты собственных значений, лежащих на единичной окружности, операторного коэффициента и при условии принадлежности правой части пространству Винера, доказано существование ограниченного решения рассматриваемого уравнения.

Основные результаты диссертации являются новыми и строго обоснованными методами гармонического и функционального анализа, теории операторов.

Замечу, что тема диссертации начала развиваться автором еще в дипломной работе, где были получены первые существенные результаты. Важно отметить также большую самостоятельность автора при написании диссертации и постоянный интерес к тематике исследования.

Результаты диссертации своевременно опубликованы в 14 работах, из них пять опубликованы в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ. Из совместной публикации в диссертацию включены результаты, принадлежащие лично автору. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Резюмируя изложенное, считаю, что диссертация «Спектральный анализ разностных операторов» удовлетворяет всем требованиям ВАК РФ, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата

физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ, а ее автор Дуплищева Анастасия Юрьевна заслуживает присвоения указанной степени.

Баскаков Анатолий Григорьевич
доктор физико-математических наук, профессор, факультет прикладной математики, информатики и механики, кафедра нелинейных колебаний
тел.:+7(4732)22 73 58
e-mail:anatbaskakov@yandex.ru

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Воронежский государственный университет» (ФГБОУ ВПО «ВГУ»)
Подпись А.Г. Баскакова
заверяю
должность
18 03 2014
подпись, расшифровка подписи